

Aufgabe 1 (Lokations- und Skalenfamilie)

Die Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ lautet

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2\right),$$

mit $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma \in \mathbb{R}_+$. Zeigen Sie, dass die Familie der Normalverteilungen zur Lokations- und Skalenfamilie gehört.

Aufgabe 2 (Exponentialfamilie, GLM, Likelihood- und Bayesinferenz)

Eine andere Familie von Verteilungen stellt die Exponentialfamilie dar.

(a) Zeigen Sie, dass die Familie der Normalverteilungen zur Exponentialfamilie gehört.

In der Statistik kennen wir die Exponentialfamilie vor allem im Zusammenhang mit dem generalisierten linearen Modell.

(b) Geben Sie die Annahmen eines generalisierten linearen Modells an.

(c) Worin unterscheiden sich lineares Modell (LM), generalisiertes lineares Modell (GLM), additives Modell (AM), generalisiertes additives Modell (GAM), lineares gemischtes Modell (LMM), generalisiertes lineares gemischtes Modell (GLMM), additives gemischtes Modell (AMM) und generalisiertes additives gemischtes Modell (GAMM)? Erstellen Sie eine aussagekräftige Tabelle.

Der Fokus der Veranstaltung „Schätzen und Testen I“ liegt eher auf Methoden zum Schätzen und Testen, weniger auf statistischen Modellen:

(d) Worin unterscheiden sich die Likelihood- und die Bayesinferenz konzeptionell?

(e) Beschreiben Sie, wie Sie unter Zuhilfenahme der Likelihoodinferenz die Parameter eines generalisierten linearen Modells schätzen und testen können.