

**Aufgabe 1**

Betrachten Sie erneut den Datensatz *madras*, den Sie bereits von Blatt 6 kennen.

- (a) Verwenden Sie wie auf Blatt 6 ausschließlich Fälle mit vollständigen Beobachtungen. Fitten Sie ein Modell mit Geschlecht, Monat, der Interaktion aus Geschlecht und Monat sowie zufälligen random intercepts.
- (b) Berechnen Sie die Konfidenzintervalle basierend auf der Profile-Loglikelihood. Entscheiden Sie anhand des Konfidenzintervalls, ob die Interaktion von Geschlecht und Monat im Modell verbleiben soll.  
Hinweis: Verwenden Sie die Funktionen `profile()` und `confint()`.

**Aufgabe 2**

In dieser Aufgabe sollen die Ergebnisse der verschiedenen Schätzmethoden für GLMMs verglichen werden.

- (a) Simulieren Sie einen Datensatz in R für folgendes Modell:

$$P(y_{ij} = 1|x_{ij}) = g^{-1}(x_{ij}\beta + b_i), \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n_i$$

mit

- $g^{-1}(\eta) = \frac{\exp(\eta)}{1+\exp(\eta)}$
- $x_{ij} \sim U(-1, 1)$ , d.h.  $x_{ij}$  ist gleichverteilt auf dem Intervall  $[-1, 1]$
- $\beta = 2$
- $b_i \sim N(0, 1)$
- $m = 50$  Subjekte
- $n_i = 5$  Beobachtungen pro Subjekt

Dabei soll der Datensatz so erzeugt werden, dass Sie Parameter, wie Zahl der Subjekte oder Größe von  $\beta$ , einfach ändern können.

- (b) Schätzen Sie das Modell auf den simulierten Daten mit den 3 Schätzmethoden, die Sie aus der Vorlesung kennen, also mit
  - Penalized Quasi-Likelihood (PQL), Funktion `glmmPQL()` aus MASS
  - Laplace-Approximation, Funktion `glmer()` aus lme4
  - (Adaptive) Gauss'sche Quadratur, Funktion `glmer()` aus lme4

Vergleichen Sie die Ergebnisse aus den verschiedenen Schätzmethoden, insbesondere die Schätzungen der festen Effekte, sowie die Schätzung der Varianz der zufälligen Effekte.

- (c) Erhöhen Sie den Stichprobenumfang und/oder die Zahl der Beobachtungen pro Subjekt. Schätzen Sie das Modell erneut mit den verschiedenen Methoden und betrachten Sie, wie sich die Schätzungen verändern.