

Blatt 6, Aufgabe 1 (11):

Betrachte den linearen Prädiktor des GLMMs mit Logit-Link:

$$\eta_{ij} = \beta_0 + \text{month}_{ij}\beta_1 + \text{sex}_i\beta_2 + b_{i0}$$

Allgemein gilt beim Logit-Link:  $\underbrace{\text{logit}}_{\log \text{ Odds}}(\pi_{ij}) = \eta_{ij}$

Hier:

$$\text{logit}(\pi_{ij}) = \log \left( \frac{P(Y_{ij} = 1 | b_i, \text{sex}_i, \text{month}_{ij})}{P(Y_{ij} = 0 | b_i, \text{sex}_i, \text{month}_{ij})} \right) = \eta_{ij} = \beta_0 + \text{month}_{ij}\beta_1 + \text{sex}_i\beta_2 + b_{i0}$$

Für den Effekt von **sex** betrachten wir den logOR (log-odds ratio):

$$\begin{aligned} & \log\text{OR}(\text{sex}_i = 1 : \text{sex}_i = 0) \\ &= \log \left\{ \left( \frac{P(Y_{ij} = 1 | b_i, \text{sex}_i = 1, \text{month}_{ij})}{P(Y_{ij} = 0 | b_i, \text{sex}_i = 1, \text{month}_{ij})} \right) / \left( \frac{P(Y_{ij} = 1 | b_i, \text{sex}_i = 0, \text{month}_{ij})}{P(Y_{ij} = 0 | b_i, \text{sex}_i = 0, \text{month}_{ij})} \right) \right\} \\ &= \text{logit}(\pi_{ij} | \text{sex}_i = 1) - \text{logit}(\pi_{ij} | \text{sex}_i = 0) \\ &= \beta_0 + \text{month}_{ij}\beta_1 + \beta_2 + b_{i0} - \beta_0 - \text{month}_{ij}\beta_1 - b_{i0} \\ &= \beta_2 + \underbrace{b_{i0} - b_{i0}}. \end{aligned}$$

⇒ Das bedeutet, dass die Interpretation von  $\beta_2$  nur bedingt auf die gleichen zufälligen Effekte  $b_{i0}$  gilt.