Dieses Aufgabenblatt beschäftigt sich zum einen mit der konkreten Schätzung der festen Effekte bei linearen gemischten bzw. marginalen Modellen unter verschiedenen Annahmen für die Korrelationsstruktur, sowie mit Testverfahren für die festen Effekte. Die zu bearbeitenden Aufgaben beziehen sich auf Teile der Inhalte der vierten und fünften Vorlesungsfolien.

Aufgabe 1: (Rest von Blatt 2)
Betrachten Sie nun das folgende Modell:

$$\begin{aligned}\texttt{RESPONSE}_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 \texttt{logT}_{ij} + \beta_2 \texttt{GROUP1}_i + \beta_3 \texttt{GROUP2}_i + \beta_4 \texttt{GROUP1}_i \cdot \texttt{logT}_{ij} \\ &\quad + \beta_5 \texttt{GROUP2}_i \cdot \texttt{logT}_{ij} + b_{0i} + \varepsilon_{ij}.\end{aligned}$$

Kann man davon ausgehen, dass die random effects assumption hier erfüllt ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2:
In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit den kieferorthopädischen Wachstumsdaten aus dem im Paket `nlme` enthaltenen Datensatz `Orthodont`, welcher bereits als `groupedData`-Objekt vorliegt. Der Datensatz enthält Messungen der Kiefergrößen von 27 Jungen und Mädchen im Alter von 8 bis 14 Jahren.

a) Machen Sie sich zunächst mit den Daten und ihrer Gruppierungsstruktur vertraut. Verwenden Sie hierfür `?Orthodont`, `str(Orthodont)`, sowie `getGroups(Orthodont)`.

b) Transformieren Sie für die folgenden Analyse zunächst das Alter der Kinder wie folgt

$$\texttt{newage}_{ij} = (\texttt{age}_{ij} - 11),\ i = 1, \dots, N,\ j = 1, \dots, n_i.$$

Welchen Grund könnte diese Transformation des Alters haben?

c) Schätzen Sie nun das random intercept Modell `m_RI` der Form

$$Y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 \texttt{newage}_{ij} + \beta_2 \texttt{Sex}_i + b_{0i} + \varepsilon_{ij}.$$

d) Per default verwendet die Funktion `lme()` die REML-Schätzung.

- **i)** Schätzen Sie nun das Modell `m_RI` erneut mit der ML-Methode (`method='ML'`) und nennen Sie das neue Modell `m_RI_ml`.
- **ii)** Vergleichen Sie die resultierende Kovarianzmatrix der zufälligen Effekte mit der aus der REML-Schätzung.

(iii) Vergleichen Sie zudem die geschätzten festen Effekte der beiden Varianten.

Was fällt Ihnen auf?

e) Aus inhaltlichen Überlegungen soll nun auch die Interaktion des Geschlechts der Kinder mit dem Alter in das Modell aufgenommen werden. Erweitern und fitten Sie das Modell `m_RI` und nennen Sie es `m_RI_int`.

i) Erscheint es Ihnen inhaltlich sinnvoll, diese Interaktion aufzunehmen? Wie wäre ein solcher Effekt zu interpretieren?

ii) Um die Nützlichkeit dieser Erweiterung zu testen, wird folgender Test durchgeführt: `anova(m_RI,m_RI_int)`.
Wieso ist dieser Test unzulässig? Wie sieht es mit dem Test aus, der in `R` standardmäßig ausgegeben wird? Nennen Sie mögliche Alternativen.

f) Nun sollen marginale Modelle unter verschiedenen Annahmen für die Korrelationsstruktur verglichen werden. Solche marginalen Modelle lassen sich in `R` mit der Funktion `gls()` (**G**eneralized **L**east **S**quares) (vgl. Blatt 1) schätzen.

(i) Schätzen Sie ein Modell mit gleichen festen Effekten wie bisher (inkl. Interaktion). Nehmen Sie an, dass Messungen zwischen den Subjekten unabhängig sind und spezifizieren Sie für Messungen innerhalb eines Subjektes eine unstrukturierte Korrelationstruktur.

Vergleichen Sie die geschätzte Korrelationsmatrix mit der Korrelationsmatrix, die sich aus der marginalen Betrachtungsweise des Modells `m_RI_int` ergibt. Interpretieren Sie das Ergebnis.

(ii) Schätzen Sie nun ein Modell mit vereinfachter Korrelationstruktur, die der marginalen Korrelationstruktur des Modells `m_RI_int` entspricht.

(iii) Ist das Modell aus (ii) äquivalent zu `m_RI_int`? Begründen Sie Ihre Antwort.